



Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

Matemàtiques

Serie 3

Responda a TRES de las cuatro cuestiones y resuelva UNO de los dos problemas. En las respuestas, explique siempre qué hace y por qué.

Las cuestiones valen 2 puntos y el problema 4 puntos.

Puede utilizar calculadora científica para el cálculo de funciones exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y especiales, así como para realizar cálculos estadísticos. No se podrán utilizar calculadoras u otros instrumentos con más prestaciones que las mencionadas.

CUESTIONES

1. Encuentre las ecuaciones de los planos paralelos a $\pi: 2x - y + 2z = 3$ situados a 6 unidades de distancia del mismo.
[2 puntos]

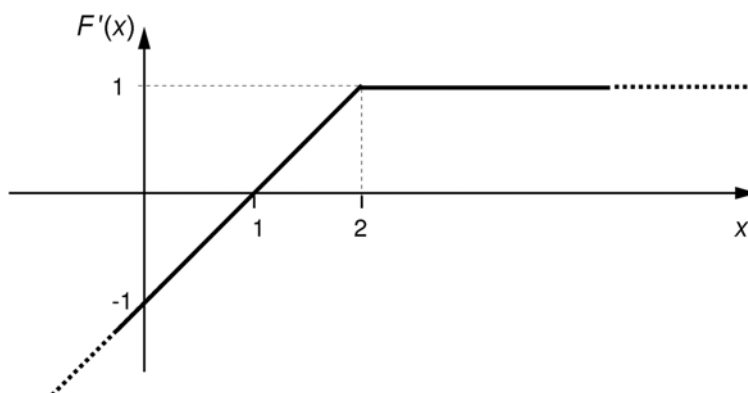
2. Dada la siguiente matriz dependiente de un parámetro m :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & m & 2m \\ m & 2 & 2+m \end{pmatrix}$$

- a) Estudie su rango según los valores de m .
- b) Diga cuál es la posición relativa de los planos $\pi_1: x + y + 2z = 2$, $\pi_2: 2x + my + 2mz = 2 + m$, y $\pi_3: mx + 2y + (2 + m)z = 0$, según los valores de m .
[1 punto por cada apartado]

3. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$. Encuentre los valores de p y q que hacen que se verifique $A^2 = A$. En este caso, razone sin calcular qué vale A^{10} .
[2 puntos]

4. La función derivada $F'(x)$ de una función continua $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ que pasa por el origen es una función a trozos formada por las semirrectas del dibujo.



Escriba la expresión de la función $F(x)$ como una función a trozos.

[2 puntos]

PROBLEMAS

5. Una recta r es paralela a la recta $s: x - 1 = y - 1 = z - 1$, corta en un punto A a la

recta $t: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z+1$, y en un punto B a la recta $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$.

- Halle la ecuación del plano determinado por las rectas r y t .
- Encuentre el punto B calculando el punto de intersección del plano anterior con la recta l .
- Encuentre la ecuación de la recta r .
- Encuentre el punto A .

[1 punto por cada apartado]

6. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - ax - 4$ y $g(x) = \frac{x^2}{2} + b$:

- Calcule a y b de manera que los gráficos de $f(x)$ y de $g(x)$ sean tangentes en el punto de abscisa $x = 3$, es decir, que tengan la misma recta tangente en este punto.
- Halle la ecuación de la recta tangente mencionada en el apartado anterior.
- Para el valor de a obtenido en el primer apartado, calcule el valor del área de la región limitada por el eje de abscisas OX y la función $f(x)$.

[1,5 puntos por el apartado a , 1 punto por el apartado b , 1,5 puntos por el apartado c]

