



PAU. Curso 2005-2006

A continuación encontrará el enunciado de cuatro cuestiones y dos problemas. Escoja sólo tres de las cuatro cuestiones para responder y uno de los dos problemas para resolver. En las respuestas que dé tiene que explicar siempre qué se propone hacer y por qué. Puede utilizar cualquier tipo de calculadora, excepto aquellas que usen un sistema operativo tipo WINDOWS/LINUX.

Puntuación de cada cuestión: 2 puntos.

Total de cuestiones y puntuación: $3 \times 2 = 6$ puntos.

Puntuación del problema: 4 puntos.

Cuestiones

1. Encuentre las coordenadas de los puntos situados sobre la recta de ecuación $(x,y,z) = (-1,1,1) + t \cdot (1,2,1)$ que están a distancia 1 del plano $2x + 2y + z = 5$.

[Puntuación: 2 puntos]

2. Averigüe si el siguiente sistema puede ser compatible indeterminado para algún valor de m .

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + 4y + 3z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{array} \right\}$$

¿Es incompatible para algún valor de m ?

[Puntuación: 2 puntos]

3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Calcule $A \cdot B$ y $B \cdot A$.
- b) Compruebe que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$.

[Puntuación: apartado a) 1 punto; apartado b) 1 punto. Total: 2 puntos]

4. Encuentre el dominio y las asíntotas de la función definida por $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 1}$.

[Puntuación: 0,5 puntos por el cálculo del dominio y 1,5 por el de las asíntotas. Total: 2 puntos]

Problemas

5. Una recta r pasa por el punto $A = (3,0,2)$ y tiene la dirección del vector $(-1,1,4)$.
- a) Encuentre el ángulo que forma r con el plano horizontal.
 - b) Compruebe que no pasa por el punto $B = (1,3,10)$.
 - c) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por A y B .

[Puntuación: apartado a) 1,5 puntos; apartado b) 1 punto; apartado c) 1,5 puntos. Total: 4 puntos]

6. Considere la función $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 7$.
- a) Calcule c sabiendo que su recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$ es horizontal.
 - b) Para el valor de c encontrado en el apartado anterior, calcule a y b sabiendo que esta función tiene un extremo relativo en el punto de abscisa $x = -2$ y que corta al eje OX cuando $x = 1$.
 - c) Para los valores obtenidos en los otros apartados, calcule los intervalos donde la función crece y decrece, sus extremos relativos y dibuje una representación gráfica aproximada.

[Puntuación: apartado a) 1 punto; apartado b) 1 punto; apartado c) 2 puntos. Total: 4 puntos]



PAU. Curso 2005-2006

A continuación encontrará el enunciado de cuatro cuestiones y dos problemas. Escoja sólo tres de las cuatro cuestiones para responder y uno de los dos problemas para resolver. En las respuestas que dé tiene que explicar siempre qué se propone hacer y por qué. Puede utilizar cualquier tipo de calculadora, excepto aquellas que usen un sistema operativo tipo WINDOWS/LINUX.

Puntuación de cada cuestión: 2 puntos.

Total de cuestiones y puntuación: 3 x 2 = 6 puntos.

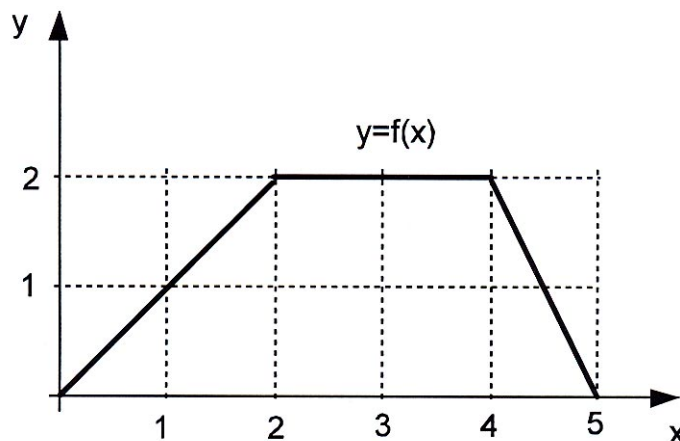
Puntuación del problema: 4 puntos.

Cuestiones

1. Considere la función definida por $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$. Calcule cuánto vale la pendiente de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 0$. Averigüe si hay otros puntos en los que la pendiente de la tangente sea igual a la obtenida.

[Puntuación: 2 puntos]

2. Considere la función $y = f(x)$ definida para $x \in [0,5]$ que aparece dibujada en la figura adjunta.



a) ¿Cuál es la expresión de su función derivada cuando existe?

b) Calcule $\int_0^3 f(x) dx$.

[Puntuación: apartado a) 1 punto; apartado b) 1 punto. Total: 2 puntos]

3. Determine la ecuación del plano perpendicular a la recta $r: \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + z + 2 = 0 \end{cases}$ que pasa por el punto $(1, 1, 2)$. ¿Qué distancia separa este plano del origen de coordenadas?

[Puntuación: 2 puntos]

4. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & -m \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix}$. Determine los valores de m para los que $\text{rang}(A) < 3$. ¿Puede ser $\text{rang}(A) = 1$ para algún valor de m ?

[Puntuación: 2 puntos]

Problemas

5. Dada la función $f(x) = e^{-x^2 + 2x}$.

- Encuentre su dominio y las posibles intersecciones con los ejes.
- Encuentre los intervalos donde crece y decrece y los extremos relativos.
- Encuentre sus posibles asíntotas.
- Haga la representación gráfica aproximada de la función.

[Puntuación: cada apartado vale 1 punto. Total: 4 puntos]

6. Considere la recta $r: \begin{cases} 2x - 5y - z - 3 = 0 \\ x - 3y - z - 2 = 0 \end{cases}$ y el plano $p: 2x - y + az + 2 = 0$ donde

a es un parámetro.

- Encuentre un vector director de la recta y un vector perpendicular al plano.
- ¿Cuál tiene que ser el valor de a para que la recta y el plano sean paralelos?
- Averigüe si existen valores de a para los que la recta y el plano sean perpendiculares. En caso afirmativo, calcúlelos.
- Averigüe si existen valores de a para los que la recta y el plano formen un ángulo de 30° . En caso afirmativo, calcúlelos.

[Puntuación: cada apartado vale 1 punto. Total: 4 puntos]