



**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID**  
**PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)**

Curso **2006-2007**

**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

El examen presenta dos opciones, A y B.

Se deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.

No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

**PUNTUACIÓN:** La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

**OPCIÓN A**

1. (2 puntos). Hallar los puntos de la recta  $r: \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{-1}$  cuya distancia al plano  $\pi: 2x - y + 2z + 1 = 0$  es igual a 1.

2. (2 puntos). Se consideran las rectas:

$$r: \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Hallar la ecuación continua de la recta que contiene al punto  $P(2, -1, 2)$  y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = k \\ (k-1)x - 2y - z = k+1 \end{cases}$$

se pide:

a) (2 puntos). Discutirlo según los distintos valores del parámetro  $k$ .

b) (1 punto). Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

4. (3 puntos). a) (1,5 puntos). Hallar los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 3}{x^2 + 1}$$

b) (1,5 puntos). Determinar una función  $F(x)$  tal que su derivada sea  $f(x)$  y además  $F(0) = 4$ .

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Calcular una matriz cuadrada  $X$  sabiendo que verifica

$$XA^2 + BA = A^2$$

siendo  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. (2 puntos). Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto). Calcular  $a$  y  $b$  de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma  $ax + y + bz = 1$  el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el sistema original.
- b) (1 punto). Calcular las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a 4.

3. (3 puntos). Sean las rectas

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2} \quad s: \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .
- b) (1,5 puntos). Calcular la distancia entre el plano  $\pi$  y la recta  $s$ .

4. (3 puntos). Sea  $g(x)$  una función continua y derivable para todo valor real de  $x$ , de la que se conoce la siguiente información:

- i)  $g'(x) > 0$  para todo  $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ , mientras que  $g'(x) < 0$  para todo  $x \in (0, 2)$ .
- ii)  $g''(x) > 0$  para todo  $x \in (1, 3)$  y  $g''(x) < 0$  para todo  $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ .
- iii)  $g(-1) = 0$ ,  $g(0) = 2$ ,  $g(2) = 1$ .
- iv)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 3$ .

Teniendo en cuenta los datos anteriores, se pide:

- a) (1 punto). Analizar razonadamente la posible existencia o no existencia de asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.
- b) (1 punto). Dibujar de manera esquemática la gráfica de la función  $g(x)$ .
- c) (1 punto). Si  $G(x) = \int_0^x g(t)dt$  encontrar un valor  $x_0$  tal que su derivada  $G'(x_0) = 0$ .

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

#### OPCIÓN A

1. Planteamiento: 1 punto.  
Resolución: 0,5 puntos por cada una de las dos soluciones.
2. Cálculo de los vectores directores de las rectas: 1 punto.  
Ecuación de la recta: 1 punto.
3. Apartado *a)*: 2 puntos.  
Apartado *b)*: 1 punto.
4. Apartado *a)*: Máximos y mínimos relativos, 0,75 puntos; puntos de inflexión, 0,75 puntos.  
Apartado *b)*: Descomponer la fracción, 0,5 puntos; cálculo de la función primitiva, 1 punto.

#### OPCIÓN B

1. Planteamiento: 1 punto.  
Resolución: 1 punto.
2. Apartado *a)*: 1 punto.  
Apartado *b)*: 1 punto.
3. Apartado *a)*: Planteamiento, 1 punto; resolución, 0,5 puntos.  
Apartado *b)*: Planteamiento, 1 punto; resolución, 0,5 puntos.
4. Apartado *a)*: 1 punto.  
Apartado *b)*: 1 punto.  
Apartado *c)*: 1 punto.